



Methodenbeschrieb zum Basismodell der AHV-Ausgaben

Datum: 31. Oktober 2024
Geschäftsfeld: Mathematik, Analysen und Statistik (MAS)
Bereich: Mathematik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	– 2 –
1.1	Motivation	– 2 –
1.2	Projektionsproblem	– 3 –
1.2.1	Schätzgleichung	– 3 –
1.2.2	Nebenkosten	– 4 –
1.2.3	Regression	– 5 –
2	Basismodell	– 8 –
2.1	Daten	– 8 –
2.2	Szenario-Adjustierung	– 9 –
2.3	Rentenbestände im Ausland und Durchschnittsrenten	– 10 –
2.4	Gesetzesreformen	– 18 –
3	Fazit	– 19 –
	Appendix	– 21 –

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das Bundesamt für Sozialversicherungen (BSV) hat 2024 ein neues Berechnungsmodell entwickelt, um den Ausgabenteil im Finanzhaushalt der AHV zu erstellen. Es wird als das «Basismodell» bezeichnet. Ziel dieses Dokuments ist es, die Grundlagen und Funktionsweise dieses Modells zu erläutern.

Der Name des Basismodells reflektiert, dass es nach dem Grundsatz «simpel, robust und offen» konstruiert wurde.

- Das Modell ist «simpel», da es ausschliesslich auf aggregierten demografischen sowie ökonomischen Daten basiert, und diese durch schlichte funktionale Zusammenhänge mit den Ausgaben der AHV verknüpft. Dadurch führen Änderungen der Inputs zu einfach nachvollziehbaren Änderungen der Projektionen. Diese Nachvollziehbarkeit erleichtert die Kontextualisierung und Plausibilisierung prognostizierter Entwicklungen, wie beispielsweise die Pensionierungswelle der Baby-Boom-Generation.
- Das Modell ist «robust», da kleine Änderungen der Daten oder Parameter zu kleinen Änderungen der Projektionen führen. Folglich sind die Resultate nicht übermässig von einzelnen, womöglich diskutablen Annahmen abhängig, sondern fest verankert in der Demografie sowie rezenten Trends der Durchschnittsrenten im In- und Ausland. Diese Stabilität verringert sowohl die Fehleranfälligkeit der Berechnungen als auch die Abhängigkeit von einer unrealistischen Messgenauigkeit der Inputs.
- Das Modell ist «offen», da alle verwendeten Daten sowie der Modell-Code in der Programmiersprache R öffentlich zugänglich sind. Der Programm-Code ist relativ einfach zu verstehen, was einem breiten Publikum die Reproduktion der Ergebnisse unter angemessenem Aufwand ermöglicht. Dies ist ein wichtiger Schritt zu mehr Transparenz in der Arbeit des Bundesamtes.

Bevor das Basismodell eingeführt wird folgt zunächst eine Beschreibung des generellen Schätzproblems, welchem sich das BSV jedes Jahr gegenüberstellt. Diese

Beschreibung dient dann als Ausgangspunkt zur mathematischen Darstellung des Basismodells.

1.2 Projektionsproblem

Das BSV hat die Aufgabe jährlich die Finanzhaushalte der AHV neu zu berechnen. Dazu müssen unter anderem die zukünftigen Gesamtausgaben der AHV pro Jahr geschätzt werden. Diese Ausgaben sind in erster Linie von den Altersrenten getrieben, welche beispielsweise im Jahr 2023 ungefähr 95% der totalen Kosten ausmachen. Der Einfluss der Hinterlassenenrenten sowie diverser administrativer Aufwände ist dennoch nicht zu vernachlässigen. Grundsätzlich wird bei der Berechnung der Finanzhaushalte unterstellt, dass die geltende gesetzliche Ordnung zum Zeitpunkt der Projektionserstellung stabil bleibt. Ausnahme dazu sind Gesetzesänderungen, die bereits heute beschlossen aber noch nicht (vollständig) in Kraft getreten sind. Das betrifft zur Zeit beispielsweise die Reform AHV 21 sowie die Auszahlung der 13. AHV-Rente ab 2026, welche beide berücksichtigt werden. Damit lässt sich der Informationsbedarf zur Projektionserstellung wie folgt zusammenfassen.

1.2.1 Schätzgleichung

Wir schreiben τ für einen «Typ», welcher eine der möglichen Kombinationen der Menge $Geschlecht \times Rentenart \times Domizil$ repräsentiert. Die verschiedenen Rentenarten umfassen dabei die Alters-, Witwen-, Waisen-, Kinder- und Ehegattenrenten, und das Domizil bezeichnet entweder die Schweiz oder das Ausland. Ein beispielhafter Typ τ sind daher in der Schweiz wohnhafte Frauen, die eine Altersrente beziehen. Wir schreiben $\#_{\tau,t}$ für die Anzahl Renten des Typs τ , welche im Kalenderjahr t ausbezahlt werden. Dazugehörig bezeichnet $\varnothing_{\tau,t}$ die durchschnittliche Höhe von Typ- τ Renten, gemessen in Schweizer Franken zu laufenden Preisen. Wir schreiben a_t für die AHV-Gesamtausgaben des Jahres t , und t_0 für das Jahr über welches hinaus die Ausgaben projiziert werden (für den Finanzhaushalt 2024 gilt also $t_0 = 2023$). Zusätzlich sei h die Anzahl Jahre, welche die Projektion in die Zukunft reicht. Sofern m_t die gültige Minimalrente

des relevanten Jahres bezeichnet, so ist nun folgende Summe zu schätzen:

$$\begin{aligned} a_t &= \sum_{\tau} \left(\#_{\tau,t} \times \varnothing_{\tau,t} \right) + \text{Rest}_t + \varepsilon_{a,t} \\ &= m_t \times \sum_{\tau} \left(\#_{\tau,t} \times (\varnothing_{\tau,t}/m_t) \right) + \text{Rest}_t + \varepsilon_{a,t} \quad \text{für } t = t_0 + 1, \dots, h \quad (1.1) \end{aligned}$$

Der Term «Rest_t» bezeichnet dabei Ausgaben abseits der Renten, wie beispielsweise administrative Aufwände, Rückzahlungen oder Hilfflosenentschädigungen. Der Summand $\varepsilon_{a,t}$ ist eine Störgrösse, welche stochastische und unmodellerte Einflüsse auf die Ausgaben reflektiert. Es wird angenommen, diese Störgrösse sei in Erwartung gleich Null (heisst, alle systematischen Komponenten der AHV-Ausgaben werden durch die Rentensummen sowie die restlichen Posten erfasst). Nachfolgend wird die Epsilon-Notation stets benutzt, um solche statistische Störgrössen zu bezeichnen. Die gleichzeitige Multiplikation und Division mit m_t in der zweiten Zeile von (1.1) scheint zunächst wirkungslos, ist aber für das Projektionsproblem wichtig. Der Grund ist, dass das Staatssekretariat für Wirtschaft (SECO) vierteljährlich Projektionen für den Landesindex der Konsumentenpreise (LIK) und den Schweizer Lohnindex (SLI) zur Verfügung stellt. Aus diesen Projektionen lassen sich ihrerseits die zukünftigen Minimalrenten projizieren, welche als exogene Information in die Berechnungen einfließen. Folglich reduziert sich das Extrapolationsproblem darauf, die Durchschnittsrenten relativ zu, oder äquivalent ausgedrückt als Vielfaches von, der Minimalrente fortzuschreiben. Aus praktischen Gründen werden die monatlichen Rentensummen im Dezember mit zwölf multipliziert, und als erklärende Variable in (1.1) für die Gesamtausgaben verwendet.

1.2.2 Nebenkosten

Bevor der konkrete Schätzansatz der Gleichung besprochen wird erlaubt uns eine empirische Regelmässigkeit, das Schätzproblem zu vereinfachen: die AHV-Ausgaben, welche zusätzlich zu den Renten anfallen, liegen seit 2008 stabil bei nahezu 2% der Rentensumme. Grafik 1.1 veranschaulicht diese Tatsache. Anders ausgedrückt beginnen die Kosten neben den Renten im Gleichschritt mit

den Rentenausgaben zu wachsen, und diese Proportionalität rechtfertigt eine Vereinfachung von Schätzgleichung (1.1) in zwei Schritten:

$$\begin{aligned}
a_t &= \beta_a \times m_t \times \sum_{\tau} \left(\#_{\tau,t} \times (\varnothing_{\tau,t}/m_t) \right) + \varepsilon_{a,t} \\
&= \beta_a \times m_t \times \left(\#_t \times (\varnothing_t/m_t) \right) + \varepsilon_{a,t}, \text{ wobei} \\
\#_t &\equiv \sum_{\tau} \#_{\tau,t} \quad \text{und} \quad \varnothing_t \equiv \frac{\sum_{\tau} \#_{\tau,t} \times \varnothing_{\tau,t}}{\sum_{\tau} \#_{\tau,t}} \quad \text{für } t = t_0 + 1, 2, \dots, h \quad (1.2)
\end{aligned}$$

Der im ersten Schritt eingeführte Parameter β_a skaliert hierbei die Rentensumme, sodass im Mittel die Gesamtausgaben a_t resultieren. Diese Skalierung macht den Term «Rest_t» aus Schätzgleichung (1.1) obsolet. Im zweiten Schritt wird zusätzlich die Summe der verschiedenen Rententypen zu einer einzigen «synthetischen» Rente konsolidiert. Der Bestand dieser fiktiven Rente entspricht der Summe aller Rentenbestände, und ihre Durchschnittshöhe dem bestandsgewichteten Mittelwert aller Rentenniveaus nach Typ. Zur Schätzung des Parameters β_a wird die Methode der kleinsten Quadrate, oder «Ordinary Least Squares» (OLS) verwendet. Der resultierende geschätzte Parameter ist $\hat{\beta}_a$, mit analoger Notation für andere Schätzgrößen.

1.2.3 Regression

Code-Abschnitt 1 zeigt den R-Output der Regression auf Basis von Gleichung (1.2) und der Daten seit 2008. Der Schätzwert beträgt zirka $\hat{\beta}_a \approx 1.02$ (siehe «Estimate»), sodass im Mittel ein Aufschlag von ungefähr 2% auf die Rentensumme nötig ist um zu den Gesamtausgaben zu gelangen. Das ist plausibel, da die Diskussion im Kontext von Grafik 1.1 dieses Ergebnis nahelegt. Zusätzlich attestiert der Output einen exzellenten In-Sample Fit: ein adjustiertes R^2 von nahezu Eins zeigt, dass die Spezifikation so gut wie alle Variation in den Daten abbildet.

Gewappnet mit $\hat{\beta}_a$ und angesichts von Gleichung (1.2) ist nun die nächste Herausforderung, die Rentenbestände $\#_{\tau,t}$ sowie die relativen Durchschnittsrenten $\varnothing_{\tau,t}/m_t$ über alle Typen bis hin zu h Jahren in die Zukunft vorherzusagen. Wie diese erklärenden Variablen anhand der Bevölkerungsszenarien des BFS sowie

Kostenanteile der AHV-Gesamtausgaben

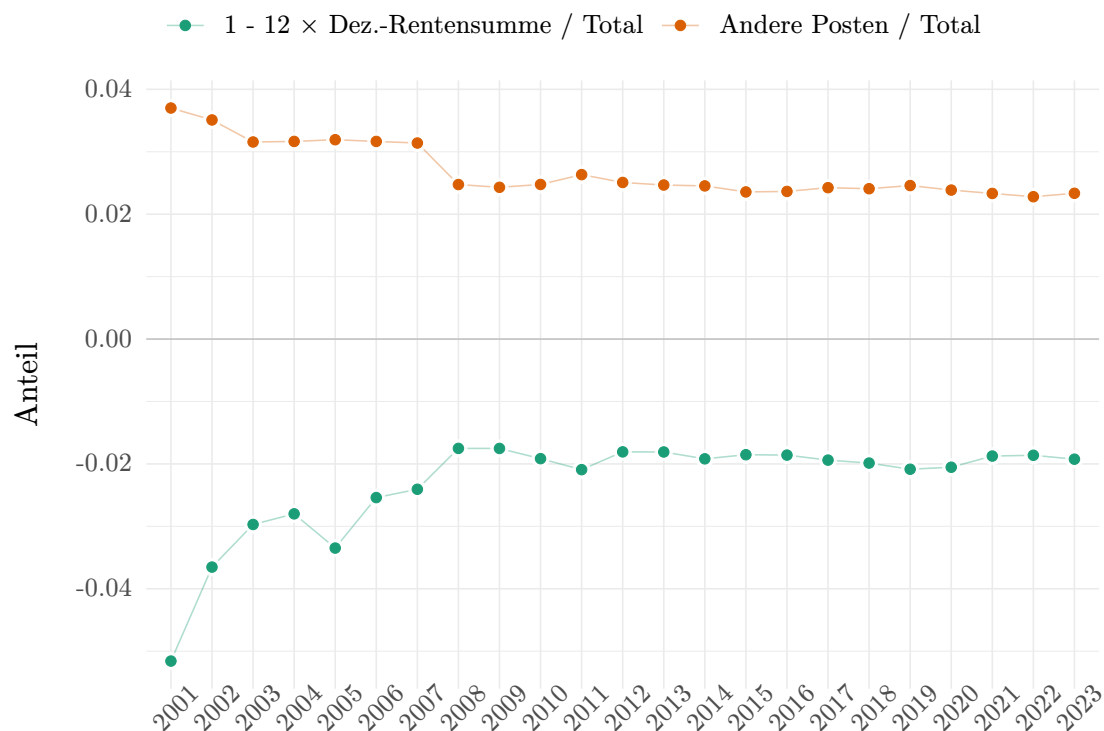


Abbildung 1.1: Gegenüberstellung der AHV-Ausgaben abseits der Renten (orange) und der auf das Jahr hochskalierten Dezember-Rentensummen (dunkelgrün) relativ zu den totalen Ausgaben. «Andere Posten» umfassen dabei unter anderem Beiträge an Institutionen und Organisationen, welche gemäss Art. 101bis AHVG beispielsweise die Finanzierung von gemeinnützigen Organisationen zur Altershilfe unterstützen, Überweisungen und Rückvergütungen von Beiträgen bei Ausländer(inne)n, Hilflosenentschädigungen, Fürsorgeleistungen an Schweizer(innen) im Ausland sowie Hilfsmittel, Reisekosten und den Assistenzbeitrag im Rahmen von individuellen Massnahmen. Rückerstattungsforderungen sind nicht berücksichtigt. *Quelle:* Betriebsrechnung der Zentralen Ausgleichsstelle. Für 2005 und später sind die Daten in den Geschäftsberichten der AHV-Fondverwaltung «compenswiss» ablesbar (siehe <https://www.compenswiss.ch/de/informationen/geschaeftsberichte>).

```

Call:
lm(formula = exp_p ~ 0 + n:m:mi, data = filter(p_dat,
  year %in% 2008:(p_start - 1)))

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-58909471 -29949863  -9000177  16708935  79164875

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
n:m:mi  1.0195097  0.0002655    3840  <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 43970000 on 15 degrees of freedom
Multiple R-squared: 1, Adjusted R-squared: 1
F-statistic: 1.475e+07 on 1 and 15 DF, p-value: < 2.2e-16

```

Code 1: Output der R-Funktion `lm`, welche eine lineare Regression der beobachteten AHV-Gesamtausgaben von 2008-2023 auf das Produkt der Anzahl Renten («n»), der relativen Durchschnittsrente («m») sowie der Minimalrente («mi») ausführt. Relevant ist hier die synthetische Rente, welche in Gleichung (1.2) definiert wird. Die Werte für «Multiple R-squared» und «Adjusted R-squared» sind auf die siebte Nachkommastelle gerundet.

von Extrapolationen historischer Entwicklungen abgeleitet werden ist der Inhalt des nächsten Abschnitts.

2 Basismodell

2.1 Daten

Das Modell verwendet fünf Datensätze, um die unbeobachteten erklärenden Variablen der Rentenbestände und -durchschnittshöhen in Gleichung (1.2) abzuschätzen:

1. Die Statistik der Bevölkerung und der Haushalte (STATPOP), welche jährlich die Struktur der Schweizer Wohnbevölkerung dokumentiert, mit zwei Jahren Rücklauf zum ersten Projektionsjahr. Dieser Datensatz enthält die historische Anzahl von in der Schweiz wohnhaften Personen, gruppiert nach Lebensalter, Geschlecht und Nationalität.
2. Die Bevölkerungsszenarien des BFS, welche Projektionen über die ständige Schweizer Wohnbevölkerung beinhalten.
3. Das Rentenregister, welches seit 1994 die von der Schweiz ausgezahlten Renten allen Typs auf dem individuellen Level im In- und Ausland dokumentiert.
4. Die quartalsweise veröffentlichten Eckwerte des SECO, aus welchen Projektionen der zukünftigen Minimalrenten abgeleitet werden.
5. Eine Schätzung des Einflusses der Reform AHV 21 auf Basis des bisherigen Rentenmodells. Die Berechnung wurde intern angepasst und plausibilisiert.

Im ersten Schritt wird nun beschrieben, wie STATPOP, die Bevölkerungsszenarien und das Rentenregister gemeinsam auf die zukünftigen Rentenbestände innerhalb der Schweiz abgebildet werden.

2.2 Szenario-Adjustierung

Zwei Hürden sind zu überwinden, um die zukünftigen Rentenbeziehenden innerhalb der Schweiz anhand der Bevölkerungsszenarien zu projizieren. Erstens ist die Bevölkerungszahl über dem Referenzalter der Frauen oder Männern nicht gleichzusetzen mit der Anzahl von Altersrentenbeziehenden. Beispielsweise beziehen nicht alle Männer über 65 eine Altersrente und andere fordern sie wiederum schon früher ein. Dieser Aspekt des Rentenvorbezugs und -aufschubs spielt angesichts der Reform AHV 21 eine zunehmende Rolle, da sie seit dem 1. Januar 2024 die Bezugsmöglichkeiten flexibilisiert. Zweitens sind die aktuellen Bevölkerungsszenarien im Jahr 2020 erstellt worden, und damit teilweise veraltet. Folglich ist eine Adjustierung der Szenarios angebracht, um Sprünge im ersten Projektionsjahr aufgrund einer fehlenden Anbindung zwischen beobachteten und Szenario-bedingten Bevölkerungszahlen zu vermeiden.

Um der Relevanz des Rentenvorbezugs und -aufschubs Rechnung zu tragen, und gleichzeitig das Adjustierungsproblem zu lösen, wird wie folgt verfahren. Zunächst werden die faktisch bezogenen Renten gemäss Rentenregister im Jahr $t_0 - 1$ erfasst. In Kombination mit den STATPOP-Daten desselben Jahres erlaubt dies die Kalkulation der Rentenbezugsquoten q_{τ, t_0-1} . Solch eine Quote bemisst den Anteil von tatsächlichen ausgezahlten Typ- τ Renten am Bestand der potentiellen Beziehenden. Diese Bezugsquoten werden dann auf die Szenario-Daten des Jahres t_0 angewendet, um retrospektive Prognosen für die Rentenbestände zu erhalten. Diese Prognosen weichen natürlich von den beobachteten Rentenbeständen ab, welche vom Rentenregister ablesbar sind. Es sind jedoch genau diese Diskrepanzen, welche zur Adjustierung genutzt werden. Sofern $p_{\tau, t}$ die Anzahl von potentiellen Typ- τ Rentenbeziehenden im Jahr t gemäss Bevölkerungsszenario bezeichnet, und m_τ den Justierungsfaktor, mit welchem die relevanten Teilgruppen in den Szenarien ab $t_0 + 1$ multipliziert werden, so gilt

$$m_\tau \equiv \frac{\#_{\tau, t_0}}{q_{\tau, t_0-1} \times p_{\tau, t_0}}. \quad (2.1)$$

Anders ausgedrückt wird m_τ berechnet, sodass $p_{\tau, t_0} \times m_\tau$ unter den Rentenbezugsquoten in $t_0 - 1$ die exakten, beobachteten Rentenbestände in t_0 reproduziert.

In den Folgejahren wird dann $p_{\tau,t} \times m_{\tau}$ als adjustierte Szenario-Projektionen für alle Jahre über t_0 hinaus verwendet. Grafik 2.1 illustriert am Beispiel der Altersrenten nach Geschlecht, wie dieser Ansatz zu einer plausiblen Anknüpfung der projizierten Bestände an die historische Entwicklung führt.¹

Die adjustierten Bevölkerungsszenarios liefern Schätzer für alle Rentenbestände ($\#_{\tau,t}$) nach Typ im Inland. Für die Rentenpopulation im Ausland sind allerdings keine analogen Szenarios verfügbar. Im nächsten Abschnitt wird erklärt, wie die Rentenbestände und gleichzeitig auch die Durchschnittsrenten im In- und Ausland aus historischen Entwicklungen abgeleitet werden.

2.3 Rentenbestände im Ausland und Durchschnittsrenten

Das Basismodell folgt dem Prinzip, dass alle erklärenden Variablen, über welche keine ausschlaggebenden exogenen Informationen vorliegen – Beispiele für solche Informationen sind antizipierte Gesetzesänderungen, oder ausserordentliche Kohorten wie die Baby-Boomer – anhand linearer Trends über die Zeit fortgeschrieben werden. Dies betrifft die Anzahl ausgezahlter Renten im Ausland sowie die relativen Durchschnittsrenten $\varnothing_{\tau,t}/m_t$ im In- und Ausland. Eine Ausnahme hierzu sind die Witwerrenten, deren Aussprachebedingungen sich kürzlich geändert haben. Dieses Phänomen wird später noch diskutiert.

Formell ausgedrückt wird anhand folgender Schätzgleichungen für jeden Rentner- und Durchschnittsrententypen unabhängig ein linearer Trend geschätzt:

$$\#_{\tau,t} = \alpha_{\#,\tau} + \beta_{\#,\tau} \times (t - t_0) + \varepsilon_{\#,\tau,t} \quad \text{für } t = t_0 + 1, 2, \dots, h \quad (2.2)$$

$$\varnothing_{\tau,t}/m_t = \alpha_{\varnothing,\tau} + \beta_{\varnothing,\tau} \times (t - t_0) + \varepsilon_{\varnothing,\tau,t} \quad \text{für } t = t_0 + 1, 2, \dots, h \quad (2.3)$$

Die zu schätzenden Parameter sind also die Achsenabschnitte $\alpha_{\#,\tau}$ und $\alpha_{\varnothing,\tau}$ sowie die Trendsteigungen $\beta_{\#,\tau}$ und $\beta_{\varnothing,\tau}$. Hier ist zu entscheiden, wie weit man zu deren Schätzung in die Vergangenheit zurückschaut: wie viele Beobachtungen der vergangenen Jahre von t_0 abwärts sollen verwendet werden? Wir schreiben $d_{\#,\text{au}}$ für die Anzahl verwendeter Jahre zur Schätzung der Parameter in Gleichung (2.2),

¹ Der Effekt der Reform AHV 21 auf den Rentenbestand der Frauen aufgrund der Referenzaltererhöhung wird hier nicht abgebildet. Später wird erklärt, wie dieser Effekt dennoch Eingang in die Ausgabenprojektion findet.

Projektion der Altersrentenbestände im Inland basierend auf adjustierten BFS-Bevölkerungsszenarios

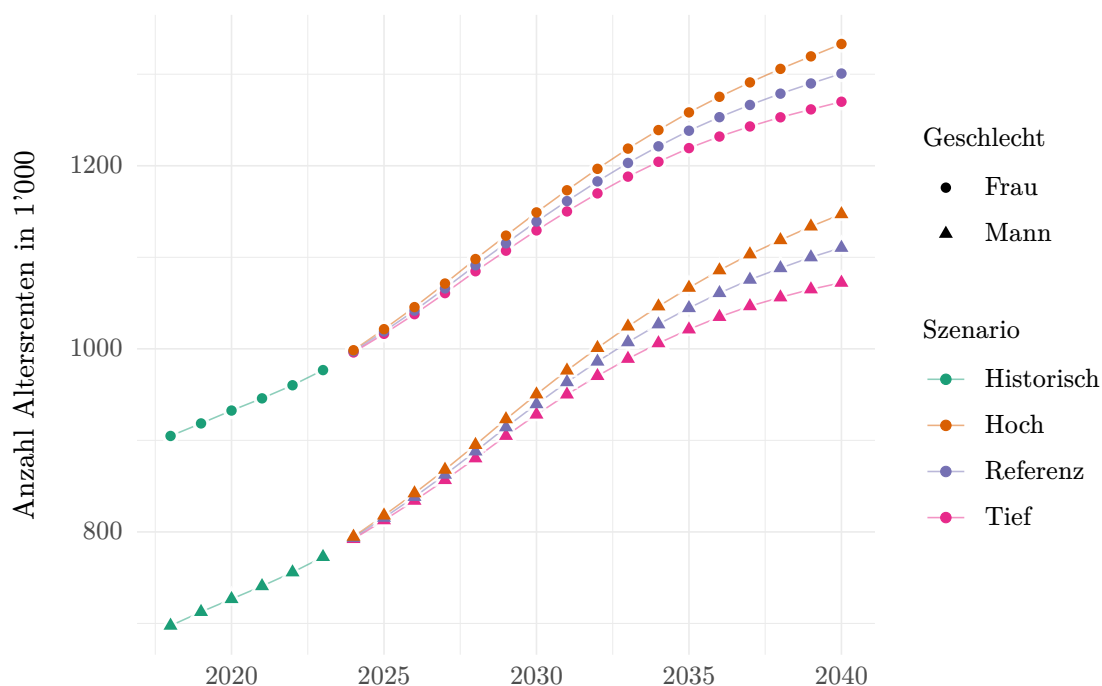


Abbildung 2.1: Bestandsprojektionen der Altersrenten nach Geschlecht im Zeitraum 2024-2040, wenn die Bevölkerungsszenarios des BFS gemäss Gleichung (2.1) adjustiert werden. Die Kurven beziehen sich auf die Szenarios «A-00-2020» (Referenz, purpur), «B-00-2020» (Hoch, orange) und «C-00-2020» (Tief, pink). Dem Finanzhaushalt liegt das Referenzszenario zugrunde. *Quelle:* <https://www.bfs.admin.ch/bfs/de/home/statistiken/bevoelkerung/zukuenftige-entwicklung/schweiz-szenarien.html>.

und analog $d_{\emptyset, \text{ch}}$ respektive $d_{\emptyset, \text{au}}$ für Gleichung (2.3). Diese Parameter werden nachfolgend «Trendpunkte» genannt. Folglich werden im Basismodell verschiedene Trendpunkte für die ausländischen Rentenbestände, die Durchschnittsrenten im Inland sowie die Durchschnittsrenten im Ausland zugelassen.

Bei der Festlegung der Trendpunkte muss nun ein Kompromiss gefunden werden zwischen der Schätzgenauigkeit der Parameter (mehr Punkte sind besser) und der Aktualität der Information (mehr Punkte sind ein Risiko). Bei zu grosszügig gewählten Trendpunkten läuft man Gefahr, nicht mehr wirksame Trends der jüngeren Vergangenheit abzubilden. Dies kann zu systematischen Prognosefehlern führen, welche den Gewinn an Schätzpräzision überkompensieren. Grafik 2.2 illustriert das Dilemma anhand eines Beispiels. Das Bild zeigt links der vertikalen, grauen Linie die beobachteten Durchschnittsrenten im Ausland lebender Männer bis 2023 (Kreuze, historisch). Die Frage ist nun, wie die Entwicklung dieser Beobachtungen in die Zukunft fortgesetzt werden soll. Die drei farbigen Linien zeigen Trendschätzungen auf Basis von zwei (purpur), zehn (grün) sowie vierzehn Trendpunkten (orange). Welche dieser drei Trendfortsetzungen zu bevorzugen ist hängt davon ab, wie sich die zukünftigen Durchschnittsrenten tatsächlich verhalten werden. Rechts der grauen Linie sind drei fiktive, Computer-generierte Verläufe aufgezeigt. Das obere Szenario A (Punkte) zeigt eine Weiterführung des rezenten historischen Trends hin zu stark steigenden Renten. In diesem Fall wäre die Stützung auf zwei Punkte klar die beste Wahl. Wenn hingegen das tiefe Szenario B eintreten würde (Dreiecke), so wäre die purpurne Linie die schlechteste Option. Selbst die orange Linie, welche einen zunächst unplausibel scheinenden Abwärtssprung in 2024 vorhersagt, ist in diesem Szenario schon ab 2025 wesentlich näher an der tatsächlichen Entwicklung. Die grüne Linie basierend auf zehn Punkten schlägt sich hier im Vergleich «mittelgut», wobei sie das mittlere Szenario C (Quadrate) eventuell am Besten abbildet.

Die Auswahl der Trendpunkte stellt also eine schwierige und folgenreiche Entscheidung dar. Wichtig ist hierbei, dass nicht das genaue Treffen der individuellen Trends über die Rentenbestände oder -niveaus im Vordergrund steht. Stattdessen zählt, wie die Trendpunkte die Präzision der Ausgaben-Projektionen beeinflussen. Angesichts der Komplexität dieser Aufgabe – immerhin müssen insgesamt 30 Trends geschätzt werden aufgrund der gewählten Partition nach

Illustration des Extrapolationsproblems

durchschnittliche Altersrenten im Ausland (Männer)

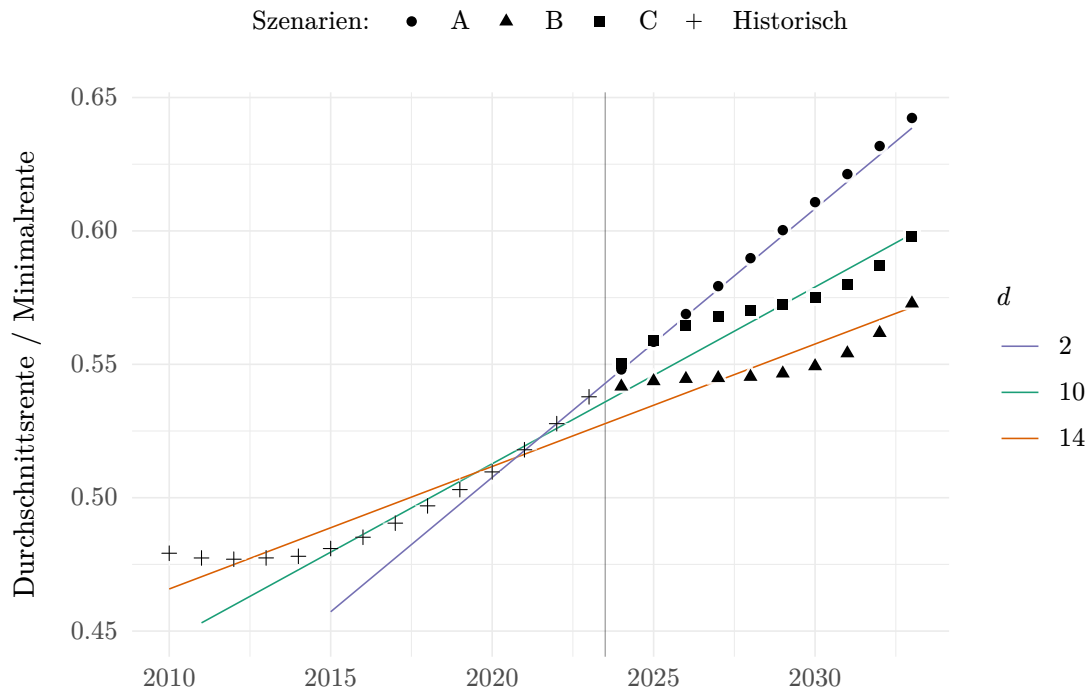


Abbildung 2.2: Illustration des Trendpunkt-Auswahlproblems anhand eines univariaten Beispiels, wenn ausser historischen Verläufen keine weiteren Informationen vorliegen. Die graue vertikale Linie trennt die Beobachtungen (Kreuze, historisch) von drei fiktiven zukünftigen Verläufen: Szenario A (Punkte), B (Dreiecke) und C (Quadrate). Die drei farbigen Linien repräsentieren lineare Trends, welche anhand der letzten zwei (purpur), zehn (grün) oder vierzehn (orange) Beobachtungen via OLS geschätzt wurden.

Geschlecht, Domizil und Rentenart – ist eine manuelle Festsetzung der Trendpunkte fragwürdig. Deshalb wird stattdessen ein statistischer Ansatz angewandt, die sogenannte «Schiebefenster-Kreuzvalidierung». Dieses Verfahren erlaubt es, die folgende Frage zu beantworten: wie präzise hätte das Modell die AHV-Ausgaben vergangener Jahre prognostiziert, wenn wir a Trendpunkte für die Durchschnittsrenten im Ausland, b Punkte für die relativen Durchschnittsrenten im Inland ... verwendet hätten? Auf diese Weise wird einerseits eine Metrik für die Modellqualität verfügbar, welche von eigenem Interesse ist. Andererseits erlaubt die Minimierung dieser historischen Fehlerquote, die Trendpunkte systematisch und statistisch fundiert zu fixieren.

Nachfolgend ein Beispiel zum Verfahren: nehmen wir an, eine Quantität z_t soll mithilfe einer erklärenden Variable x_t projiziert werden. Es gibt nur einen Typ, weshalb eine Indizierung nach τ entfällt. Die Schätzgleichung ist wie folgt:

$$z_t = \beta_z \times x_t + \varepsilon_{y,t} \quad \text{für } t = t_0 + 1, 2, \dots, h \quad (2.4)$$

Wiederum ist β_z ein zu schätzender Parameter. Wie zuvor sind die erklärenden Variablen x_t in der Zukunft unbekannt und müssen ihrerseits extrapoliert werden. Analog zu (2.2) respektive (2.3) werden deshalb die zukünftigen Realisationen der erklärenden Variable durch eine lineare Fortschreibung abgeschätzt. Nehmen wir nun weiter an, es seien insgesamt $n = 10$ historische Datenpunkte $\{z_t, x_t\}$ verfügbar und der Prognosehorizont betrage $h = 3$. Wie bestimmt die Kreuzvalidierung in diesem Fall die optimalen Trendpunkte? Grafik 2.3 veranschaulicht das Prinzip.

Im Beispiel wird eine «Fenstergrösse» von $n_f = 5$ festgelegt. Das heisst, dass zunächst die ältesten fünf Datenpunkte des gesamten Samples verwendet werden, um den Parameter β_z von Gleichung (2.4) zu schätzen (siehe Sample-Fenster 1 im Graphen). Im zweiten Schritt werden von diesen fünf Datenpunkten die jüngsten $d = 3$ Beobachtungen genutzt, um die als unbekannt behandelten x_t für die Perioden sechs, sieben und acht zu schätzen (für den Moment ist die konkrete Wahl von d arbiträr). Diese Schätzungen, gemeinsam mit dem im ersten Schritt gewonnenen Schätzwert $\hat{\beta}_z$, implizieren dann wiederum Schätzungen $\hat{z}_t$ für die Perioden sechs bis acht. Diese Schätzwerte werden dann mit den

Illustration der Schiebefenster-Kreuzvalidierung

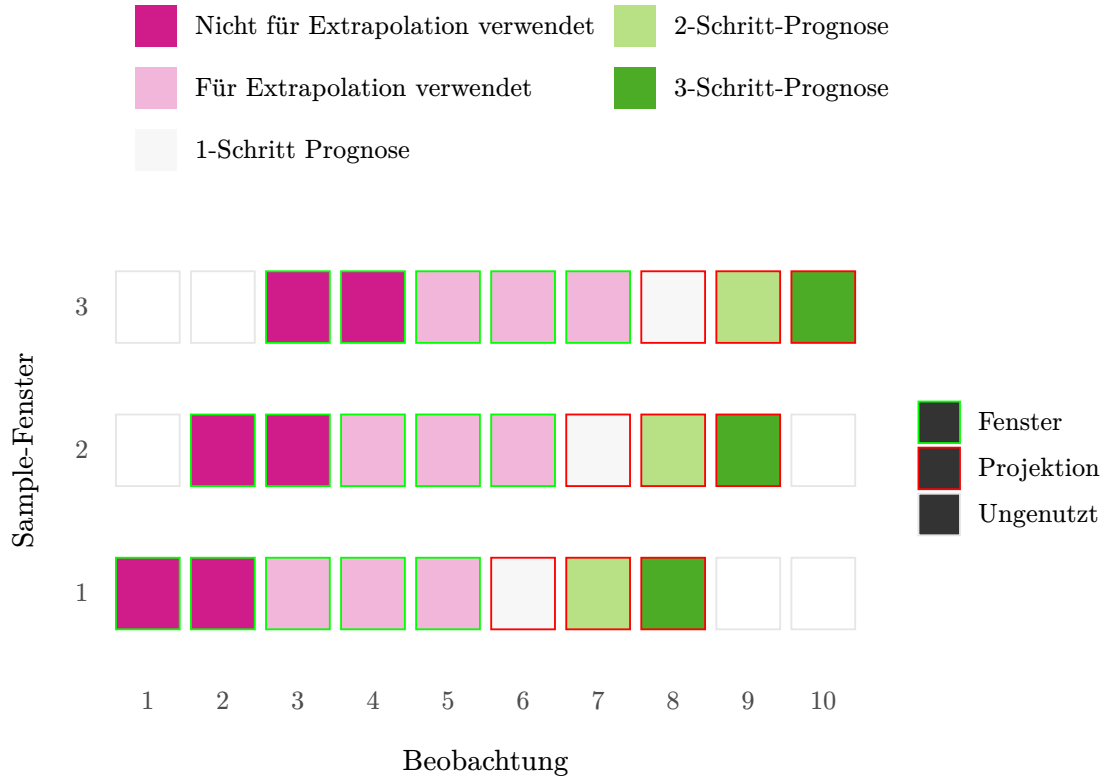


Abbildung 2.3: Illustration der Methode für die Fixierung der Trendpunkte d anhand eines univariaten Beispiels. Hier sind insgesamt $n = 10$ Beobachtungen verfügbar, und für jedes Sample-Fenster werden $n_f = 5$ Beobachtungen verwendet, um den Parameter β_z gemäss Gleichung (2.4) zu schätzen. Von diesen fünf Beobachtungen werden wiederum jeweils die jüngsten $d = 3$ Beobachtungen genutzt, um die Schätzwerte $\hat{x}_{t_0+k}$ für $k \leq h = 3$ zu erhalten.

tatsächlichen Realisationen z_t verglichen. Insbesondere kann eine Fehlermetrik bestimmt werden, welche die beobachteten und projizierten Zahlen gemeinsam auf eine «Abweichungsquantität» abbildet. Auf diese Weise werden drei k -Schritt Fehler für $k \in \{1, 2, 3\}$ abgeleitet (graues, hellgrünes und dunkelgrünes Feld in der Grafik), welche die Qualität der Modellprojektionen für zunehmend lange Horizonte bemessen. Der Aspekt des «Schiebefensters» kommt nun zum Tragen, indem diese Übung wiederholt wird: das Sample-Fenster und die Projektionsjahre werden schlicht um eine Periode nach rechts verschoben (siehe Sample-Fenster 2 in der Grafik), und dasselbe Prozedere durchgeführt. Dies wird solange wiederholt, bis die äusserste Projektionsperiode des Sample-Fensters mit dem Ende des Samples übereinstimmt. Dies geschieht hier in Sample-Fenster 3, wo die 3-Schritt-Prognose in der zuletzt verfügbaren Periode zehn stattfindet.

In diesem Beispiel generiert die Schiebefenster-Kreuzvalidierung jeweils drei Schätzwerte für den 1-, 2- und 3-Schritt-Prognosefehler des Modells. Die jeweiligen k -Schritt-Fehler werden nun über die Sample-Fenster hinweg gepoolt, um konsolidierte Schätzer für die Prognosefähigkeit des Modells für die verschiedenen Zeithorizonte zu erhalten. Ein solches Pooling kann beispielsweise durch einen arithmetischen Mittelwert erfolgen. Die drei gepoolten k -Schrittfehler werden daraufhin wiederum gemittelt, um zu einer globalen Präzisions-Metrik zu gelangen. Eine Wiederholung dieses Verfahrens für alternative Werte von d – in diesem Fall sind Werte von zwei bis fünf möglich – erlaubt so einen Vergleich, wie die Leistung des Modells mit den Trendpunkten variiert. Schlussendlich werden diejenigen Trendpunkte gewählt, die den globalen Fehler minimieren.

Um das Verfahren auf das Basismodell zu übertragen sei nun

$$\mathbf{d} \equiv (d_{\#, \text{au}}, d_{\emptyset, \text{ch}}, d_{\emptyset, \text{au}})$$

ein Vektor gewählter Trendpunkte. Zudem bezeichnet

$$e_k(w, \mathbf{d}) \equiv \epsilon \left(\hat{z}(w, \mathbf{d})_{t_0(w)+k}, z_{t_0(w)+k} \right) \quad (2.5)$$

die Funktion, welche einen prognostizierten Wert gegenüber einem historischen in Abhängigkeit der Trendpunkte $\mathbf{d}$ auf eine Fehlerbemessung abbildet. Hierbei

ist ϵ eine festzulegende Abbildung, w indiziert ein Sample-Fenster, $t_0(w)$ ist das kontrafaktische Jahr der Prognoseerstellung welches mit dem Sample-Fenster variiert, und $k \leq h$ die Anzahl Jahre über $t_0(w)$ hinaus, für welche projiziert wird. Sei n_w die Anzahl verwendeter Sample-Fenster, welche implizit durch n und n_f fixiert wird, und $\mathbf{d}^*$ der Vektor der schlussendlich gewählten Trendpunkte. Für das Basismodell gelten folgende Annahmen:

$$e_k(w, \mathbf{d}) \equiv \left| \hat{z}(w, \mathbf{d})_{t_0(w)+k} / z_{t_0(w)+k} - 1 \right| \quad (2.6)$$

$$e_k(\mathbf{d}) \equiv \sum_w e_k(w, \mathbf{d}) / n_w \quad (2.7)$$

$$e(\mathbf{d}) \equiv \sum_{k=1}^h e_k(\mathbf{d}) / h \quad (2.8)$$

$$\mathbf{d}^* \equiv \arg \min_{\mathbf{d}} e(\mathbf{d}) \quad (2.9)$$

Zahlreiche andere Spezifikationen sind denkbar. Beispielsweise könnte statt dem absoluten relativen Fehler für ϵ die ebenfalls übliche quadrierte Abweichung gewählt werden. Die spezifische Wahl für (2.6) wurde aus drei Gründen getroffen. Erstens ist der relative absolute Fehler leicht zu interpretieren. Zweitens liegt es in der Natur der Projektionsaufgabe, dass der absolute Schätzfehler mit dem Rentenbestand wächst. Die Prognosen nehmen schliesslich eine Produktform an, wobei eine Anzahl von Personen mit einer Durchschnittsgrösse, in diesem Fall den Rentenniveaus, multipliziert wird. Infolgedessen wirkt sich ein gegebener Schätzfehler bei den Durchschnittsrenten umso stärker in absoluten Zahlen aus, je mehr Menschen derzeit eine Rente beziehen. Ergo ist es nicht überraschend, dass die absoluten Abweichungen der Projektionen in der Regel über die Zeit wachsen. Wir schätzen deshalb in diesem Kontext eine Fehlermetrik, welche dem Ausgabenbestand Rechnung trägt, für Evaluationszwecke als angemessen ein. Drittens und letztens sind die Ergebnisse nicht sensitiv gegenüber der Wahl einer bestimmten Fehlermetrik.

Auch andere Pooling-Verfahren für die Prognosen der k -Schritt sind denkbar. Beispielsweise könnte anstatt einem arithmetischen Mittelwert in (2.7) und (2.8) eine geometrische Mittelung vorgenommen werden. Hierbei stellte sich wiederum in Tests heraus, dass die genaue Wahl der Mittelwert-Funktion wenig Einfluss auf die Ergebnisse nimmt. Zudem mindert spezifisch das geometrische Mittel den

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\emptyset$
$e_k(w, \mathbf{d}^*)$	.36	.49	.59	.58	.61	.57	.73	.98	1.06	1.04	.70

Tabelle 2.1: Out-of-Sample Präzision des Basismodells über den Zeitraum 2014-2023, gemessen anhand der relativen Abweichung zum tatsächlichen Ausgabenbestand in Prozent (siehe Gleichung (2.6)).

Einfluss grösserer Abweichungen, was unerwünscht scheint – grosse Prognosefehler in einzelnen Perioden führen in der Regel eher zu Problemen als mehrere kleine, welche über die Zeit verteilt sind.

Für den aktuellen Finanzhaushalt 2024 gilt $\mathbf{d}^* = (5, 5, 2)$. Die respektiven k -Schritt-Fehler in Prozent der Gesamtausgaben und deren Mittelwert ($\emptyset$) über den Zeitraum 2014-2023 sind in Tabelle 2.1 abgebildet. Die gezeigte Präzision über das letzte Jahrzehnt demonstriert, dass das Modell den Grossteil der Variation in den AHV-Ausgaben nicht nur innerhalb sondern auch ausserhalb des Samples abbilden kann. Naturgemäss ist die Präzision insbesondere in den Jahren vor etwas 2001 tiefer, da seither mehrere Gesetzesreformen stattgefunden haben. Die Annahme einer stabilen geltenden Gesetzesordnung ist aber essentiell für die Projektionen der Finanzhaushalte. Bis zur eventuellen Entwicklung einer sophistizierteren Lösung werden deshalb Interpolationen durch Polynome verwendet, um zumindest grobe und offensichtliche Sprünge in den Daten vor 2001 zu glätten.

2.4 Gesetzesreformen

Mit den extrapolierten Rentenbestände und -niveaus als Funktion von $\mathbf{d}^*$ kann nun der von Gleichung (1.2) abgeleitete Schätzwert $\hat{\beta}_a$ genutzt werden, um die AHV-Ausgaben zu projizieren. Dabei sind allerdings noch drei Modifikationen vorzunehmen, um gewissen Gesetzesänderungen Rechnung zu tragen.

1. Ab dem Jahr 2026 wird eine 13. AHV-Altersrente ausbezahlt. Dies wird abgebildet, indem die projizierte Altersrentensumme ab diesem Zeitpunkt mit 13/12 skaliert wird.

2. Die Auswirkungen der Reform AHV 21 müssen berücksichtigt werden, welche das Referenzalter der Frauen sukzessive auf 65 Jahre anhebt aber zugleich Ausgleichsmassnahmen mit sich bringt. Da insbesondere diese Ausgleichsmassnahmen auf einem detaillierten Level stattfinden, welches das Basismodell nicht abbilden kann, wird hierzu auf eine Massnahmenberechnung des bisherigen Modells der AHV-Ausgaben zurückgegriffen. Diese Berechnung wurde intern angepasst, geprüft und für plausibel befunden. Der resultierende Zahlenvektor, welcher die jährlichen Ausgabenveränderungen aufgrund der Reform abschätzt, wird dann der Ausgaben-Projektion des Basismodells aufgeschlagen. Der relevante Code zur Berechnung dieses Aufschlags ist auf Anfrage erhältlich; im Programm-Code des Basismodells ist nur das Resultat der Berechnung hinterlegt.
3. In Folge eines Urteils des Europäischen Gerichtshofs für Menschenrechte im Herbst 2022 wurden die Anspruchsbedingungen für Witwerrenten übergangsweise angepasst. Deshalb wird ein komplementäres Modell verwendet, um $\varnothing_{\tau,t}$ für $\tau = \{Mann, Ausland, Witwerrente\}$ zu extrapolieren. Der Beschrieb dieses Modells findet sich im Appendix.

3 Fazit

Dies schliesst die Beschreibung des Basismodells ab, welches für den Finanzhaushalt 2024 zur Projektion der jährlichen AHV-Ausgaben verwendet wurde. Das Modell ist simpel, und zeigt anhand von Tests auf Basis historischer Daten eine solide Präzision. Dadurch wird gewährleistet, dass die Ausgabenprojektionen nicht nur robust sondern auch verständlich sind bezüglich des Einflusses der verwendeten Daten und Parameter. Für den interessierten Leser folgt zum Abschluss eine Grafik der projizierten jährlichen Durchschnittsrenten.

Projizierte jährliche Durchschnittsrenten des Basis-Modells in Franken, laufende Preise

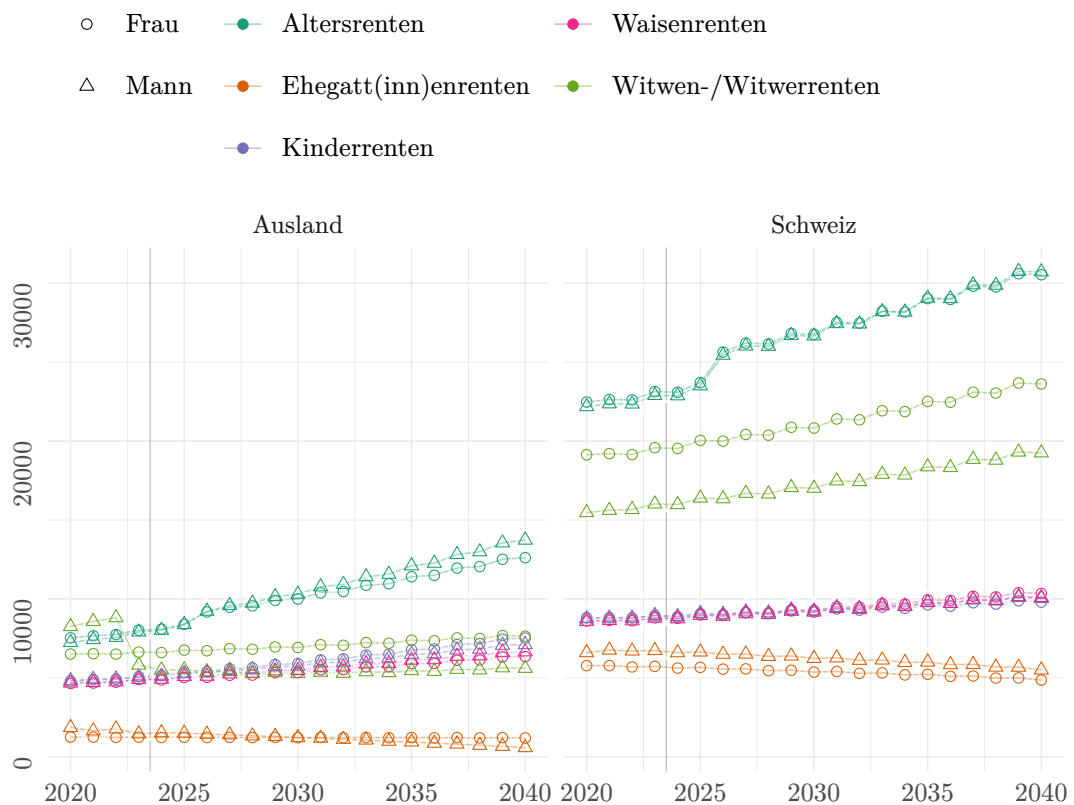


Abbildung 3.1: Die grauen vertikalen Linien zeigen den Beginn des Projektionshorizonts. Der Sprung der Altersrenten im Jahr 2026 ist der 13. AHV-Rente zuzuschreiben.

Appendix

Witwerrenten

Das folgende Modell wurde entwickelt, um die Auswirkungen der geplanten Reform der AHV-Hinterlassenenrenten abzuschätzen. Als Teil davon wird auch die kommende Entwicklung der AHV-Witwen- und Witwerrenten gemäss geltendem Recht für die kommenden Jahre projiziert. In die aktuellen Finanzperspektiven der AHV fliessen ausschliesslich die Schätzungen zu den durchschnittlichen Niveaus der Witwerrenten im Ausland ein. Der Grund ist, dass nur hier das lineare Fortschreibungsverfahren offensichtlich versagt: der starke Abfall der ausländischen Rentenniveaus im Jahr 2023 führt zur unplausiblen Vorhersage, dass die Witwerrenten mittelfristig im Schnitt Null betragen. Im Inland hingegen sind keine solchen deutlichen Trendbrüche beobachtbar, weder bei den Beständen noch den Rentenniveaus. Von daher bleibt die lineare Extrapolation im Inland trotz der Gesetzesänderung plausibel. Als Anmerkung: das bedeutet nicht, dass der voraussichtliche Einfluss der Reform auf die AHV-Ausgaben mehrheitlich von Auslandsentwicklungen getrieben wird; das Gegenteil ist der Fall.

Im Folgenden werden die dem Modell zugrundeliegenden Datensätze und deren Verwendung beschrieben:

- Die Rentenregister der 1. Säule der vergangenen fünf Jahre (2019-2023) werden verwendet, um einerseits den Anteil der Witwen- und Witwerrenten in der Schweiz $\alpha(g, a)$ nach Geschlecht g und Altersgruppe a zu bestimmen. Dabei werden nur die beiden Altersgruppen «vor dem Referenzalter» und «nach dem Referenzalter» unterschieden. Andererseits werden die durchschnittliche Rentenniveaus $r(g, a, w)$ relativ zur Minimalrente nach Geschlecht g , Altersgruppe a und Wohnort w (Schweiz/Ausland) berechnet. Während für die Witwenrenten alle vorhandenen fünf Jahre verwendet werden, basieren die Schätzungen der Witwerrenten (Bestand und Durchschnittshöhe) ausschliesslich auf den Daten des Jahres 2023. Der Grund dafür ist, dass sich der Anteil der Witwerrentenbeziehenden im Ausland insbesondere nach dem Referenzalter durch das Urteil des Europäischen Gerichtshofs für Menschenrechte (EGMR) im Herbst 2022

und die konsequente *ad hoc* Massnahme massiv erhöht hat.² Diese Erhöhung ist im Rentenregister allerdings erst ab 2023 sichtbar, und geht mit einer gleichzeitigen deutlichen Senkung der durchschnittlichen Rentenhöhe einher.

- Aus den Individualdaten des STATPOP-Datensatzes der Jahre 2017-2021, verknüpft mit Angaben aus den Rentenregistern der 1. Säule, wird einerseits die Anzahl Todesfälle in der Schweiz in diesen fünf Jahren $D_0(h, y)$ nach Geschlecht h und Alter y berechnet, und andererseits die Anzahl Witwen- und Witwerrenten, die durch diese Todesfälle ausgelöst worden wären, wenn die *ad hoc* Massnahme im Nachgang des EGMR-Urteils bereits rechtsgültig gewesen wäre. Konkret werden zu den Witwen- und Witwerrenten aus den Rentenregistern die noch nicht pensionierten Witwer mit Kindern über 18 Jahren hinzugezählt. Die Anzahl dieser durch die Todesfälle 2017-2021 in der Schweiz ausgelösten Witwen- und Witwerrenten werden aufgeteilt nach den vier Dimensionen Geschlecht g und Alter x der hinterbliebenen Person sowie Geschlecht h und Alter y der verstorbenen Person berechnet: $N_0(g, x, h, y)$. Die beiden Lebensalter x und y beziehen sich dabei auf das Jahr des relevanten Todesfalls.
- Für die Projektion werden die Daten des BFS-Referenzszenarios «A-00-2020» verwendet. Konkret fliessen die Anzahl erwarteter Todesfälle in der Schweiz $D_t(h, y)$ nach Kalenderjahr t , Geschlecht h und Alter y in die Berechnungen, sowie die prospektiven Sterbewahrscheinlichkeiten $q_t(g, x)$ nach Kalenderjahr t , Geschlecht g und Alter x .

Die Entwicklung des Bestandes an Witwen- und Witwerrenten in der Schweiz wird aus diesen Daten nach einer Standardprozedur abgeleitet. Zunächst ist der Bestand Ende Jahr gleich dem Bestand Ende Vorjahr plus die Zugänge minus die Abgänge:

$$H_t(g, x) = H_{t-1}(g, x - 1) + N_t(g, x) - E_t(g, x) \quad (3.1)$$

² Siehe beispielsweise <https://www.bsv.admin.ch/bsv/de/home/sozialversicherungen/ahv/grundlagen-gesetze/witwerrente.html> für weitere Details.

Dabei werden die Zugänge aus den erwarteten Todesfällen und den historischen Informationen gemäss STATPOP geschätzt via

$$N_t(g, x) = \sum_{h,y} N_0(g, x, h, y) \frac{D_t(h, y)}{D_0(h, y)}, \quad (3.2)$$

und die Abgänge werden anhand der Sterbewahrscheinlichkeiten und einem Faktor $f(g, x)$ ermittelt, der die spezielle Situation beim Übergang ins Rentenalter erfasst:

$$E_t(g, x) = H_{t-1}(g, x-1)(1 - (1 - q_t(g, x))(1 - f(g, x))). \quad (3.3)$$

Bei Erreichen des Referenzalters wird die Witwen- oder Witwerrente meistens durch eine Altersrente abgelöst, da diese in der Regel höher liegt. Gemäss Berechnungen aus historischen Daten betrifft dies in der Schweiz ungefähr 87% der Witwenrenten und 90% der Witwerrenten. Daraus folgen $f(g, x) = 0$ für alle $x \neq 65$, $f(\text{Frau}, 65) = 0.87$ und $f(\text{Mann}, 65) = 0.90$. Aus dem Rentenregister 2023 ist $H_{2023}(g, x)$ ablesbar. Damit ist alles zur Hand, um das beschriebene Verfahren für $t \geq 2024$ im Inland anzuwenden.

Sei $\mathcal{A}$ die Menge der betrachteten Altersgruppen. Die Witwen- und Witwerrenten im Ausland rechnen wir pauschal mittels dem aus den Rentenregistern bestimmten Anteil hinzu:

$$H_t(g, a, \text{Ausland}) = \sum_{x \in \mathcal{A}} H_t(g, x) \frac{1 - \alpha(g, a)}{\alpha(g, a)} \quad (3.4)$$

Für die Schweiz entspricht dies einfach der Summe über die entsprechenden Alter $H_t(g, a, \text{Schweiz}) = \sum_{x \in \mathcal{A}} H_t(g, x)$. Die durchschnittliche Witwen- und Witwerrente relativ zur Minimalrente nach Geschlecht und Wohnort berechnen wir als mit der Anzahl Renten gewichteten Durchschnitt der historischen Werte

$$r_t(g, w) = \sum_a r(g, a, w) \frac{H_t(g, a, w)}{H_t(g, w)}. \quad (3.5)$$